

# GÉOMÉTRIE : ÉCHANGES ET PERSPECTIVES

INSTITUT HENRI POINCARÉ, PARIS, 16 FÉVRIER 2018

## Programme

---

9h00 – 9h30	Accueil des participants
9h30 – 10h15	<b>Exposé de synthèse</b> , Lorenzo Foscolo (1/2)
10h15 – 10h45	<i>Pause café</i>
10h45 – 11h30	<b>Exposé de synthèse</b> , Lorenzo Foscolo (2/2)
12h00 – 13h30	<i>Pause déjeuner à la cafétéria de l'IHP</i>
13h30 – 14h30	<b>Exposé de recherche</b> , Félix Schulze
14h45 – 15h30	<b>Exposé de synthèse</b> , Paul Laurain (1/2)
15h30 – 16h00	<i>Pause café</i>
16h00 – 16h45	<b>Exposé de synthèse</b> , Paul Laurain (2/2)

---

**Paul Laurain (Paris 7)** – Exposé de synthèse

*Le problème isopérimétrique en relativité générale*

*Résumé* : Les espaces asymptotiquement plats dont la courbure scalaire est positive sont de bons modèles de systèmes isolés en relativité générale. Le théorème de la masse positive, démontré par Schoen et Yau en 82, nous assure qu'à l'exception de l'espace euclidien  $\mathbb{R}^3$ , on peut définir un invariant strictement positif ne dépendant que de la métrique : la masse. Une question assez naturelle est alors de chercher à définir un centre de masse pour ces variétés. C'est seulement récemment que cette question a été complètement résolue, notamment à l'aide d'une étude précise des solutions du problème isopérimétrique dans ces espaces. Je ferai donc une revue des différents résultats en essayant d'expliquer les difficultés analytiques inhérentes à ce genre de problème mais aussi les conséquences géométriques des outils introduits qui dépassent largement le cadre de la relativité générale. Enfin je donnerai quelques perspectives, sur les extensions possibles de ces techniques, notamment en remplaçant les surfaces isopérimétriques par des surfaces de Willmore.

---

**Lorenzo Foscolo (Heriot Watt University, Édimbourg)** – Exposé de synthèse

*Degenerations of special holonomy metrics*

*Résumé* : The study of degenerations of metrics with special holonomy is an important theme unifying the study of convergence of Einstein metrics, the study of complete non-compact manifolds with special holonomy and the construction of spaces with special holonomy by singular perturbation methods. I will discuss three constructions of degenerating sequences of hyperkähler metrics on the (smooth 4-manifold underlying a complex) K3 surface—the classical Kummer construction, Gross–Wilson's work on collapse along the fibres of an elliptic fibration, and my own construction of sequences collapsing to a 3-dimensional limit—describing how they fit into the general theory and, time permitting, some related constructions and results in higher dimensions.

---

**Felix Schulze (University College London)** – Exposé de recherche

*Optimal isoperimetric inequalities for surfaces in any codimension in Cartan-Hadamard manifolds*

*Résumé* : Let  $(M^n, g)$  be simply connected, complete, with non-positive sectional curvatures, and  $\Sigma$  a 2-dimensional surface in  $M^n$ . Let  $S$  be an area minimising 3-current such that  $\partial S = \Sigma$ . We use a weak mean curvature flow, obtained via elliptic regularisation, starting from  $\Sigma$ , to show that  $S$  satisfies the optimal Euclidean isoperimetric inequality :  $|S| \leq 1/(6\sqrt{\pi})|\Sigma|^{3/2}$ . We also obtain the optimal estimate in case the sectional curvatures of  $M$  are bounded from above by  $\kappa < 0$  and characterise the case of equality. The proof follows from an almost monotonicity of a suitable isoperimetric difference along the approximating flows in one dimension higher.